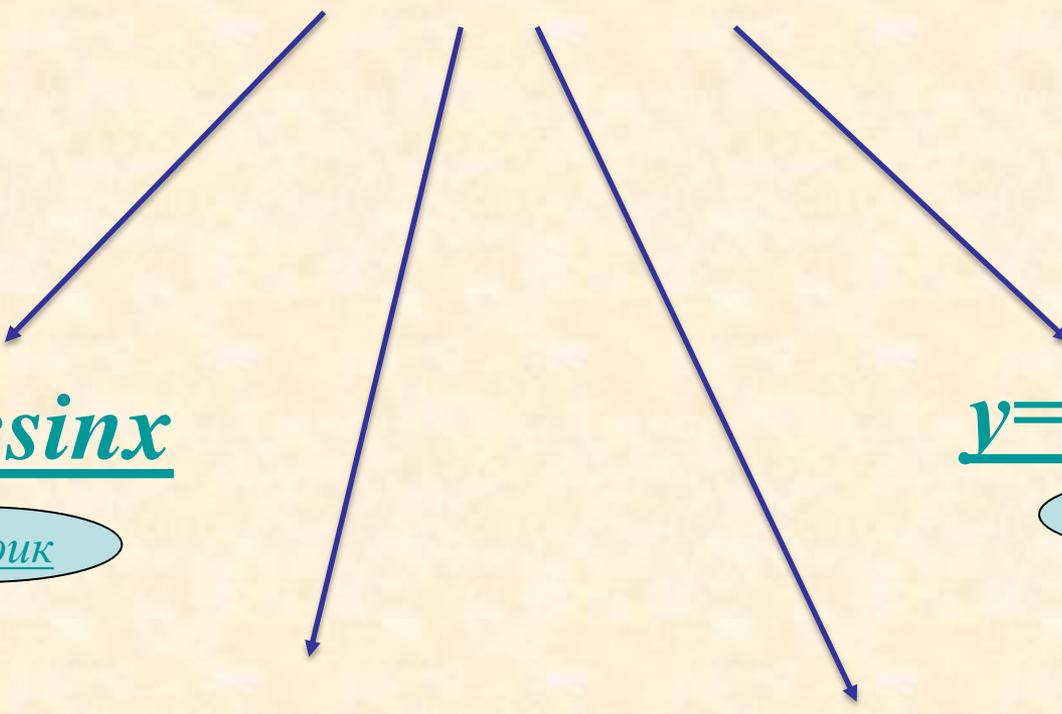


# Обратные тригонометрические функции

# Обратные тригонометрические функции


$$\underline{y = \arcsin x}$$

график

$$\underline{y = \arccos x}$$

график

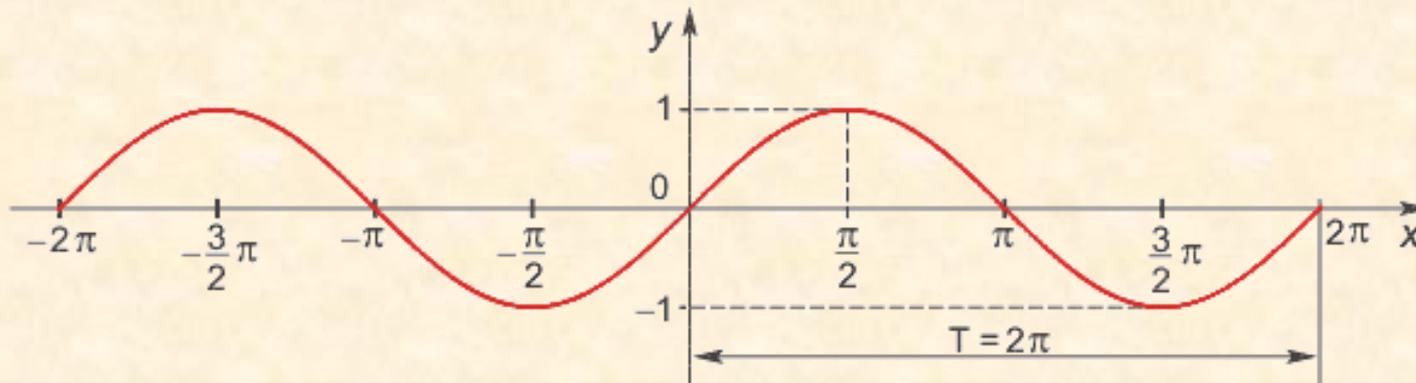
$$\underline{y = \arctg x}$$

график

$$\underline{y = \text{arcctg} x}$$

график

# Функция $y = \sin x$



**Область определения функции** — множество  $\mathbf{R}$  всех действительных чисел.

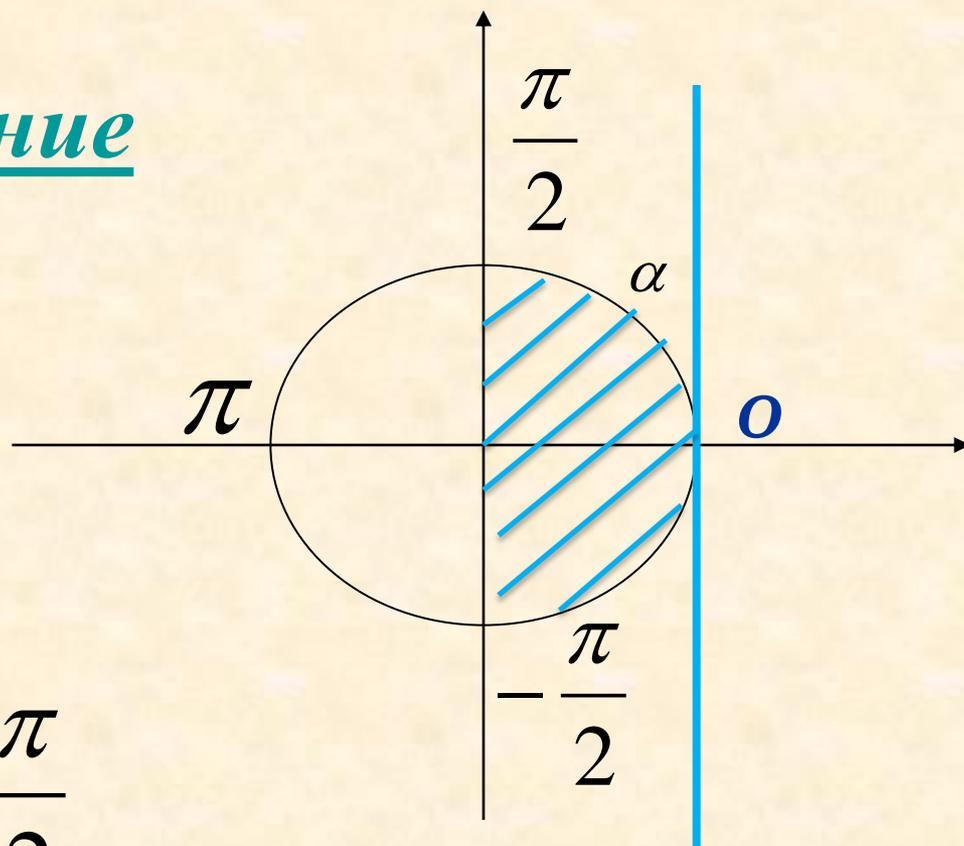
**Множество значений функции** — отрезок  $[-1; 1]$ , т.е. синус функция — ограниченная.

**Функция нечетная:**  $\sin(-x) = -\sin x$  для всех  $x \in \mathbf{R}$ .

График функции симметричен относительно начала координат.

**Функция периодическая** с наименьшим положительным периодом  $2\pi$ :

## Определение



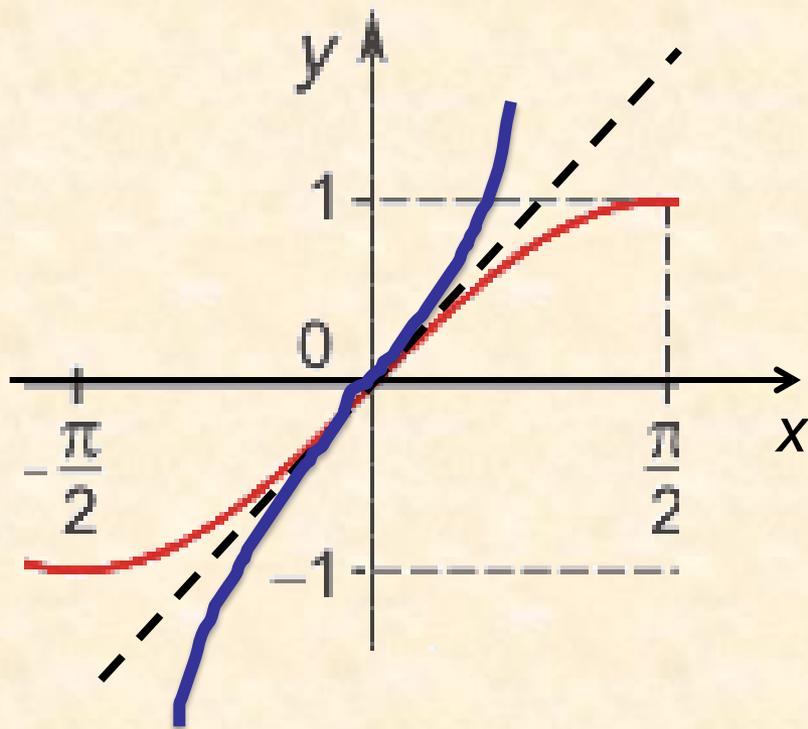
$$\underline{\arcsin t = \alpha}$$

$$1) -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

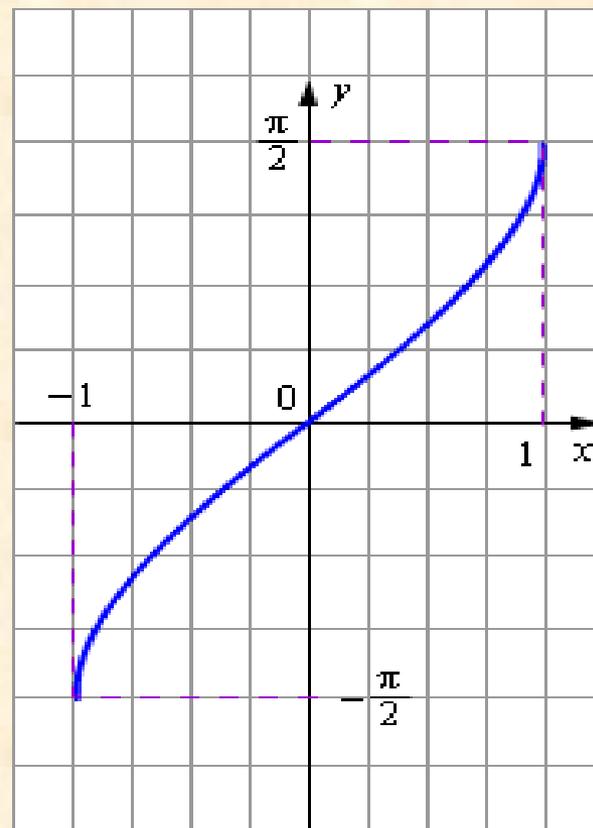
$$2) \sin \alpha = t$$

$$3) -1 \leq t \leq 1$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$



$$y = \arcsin x$$



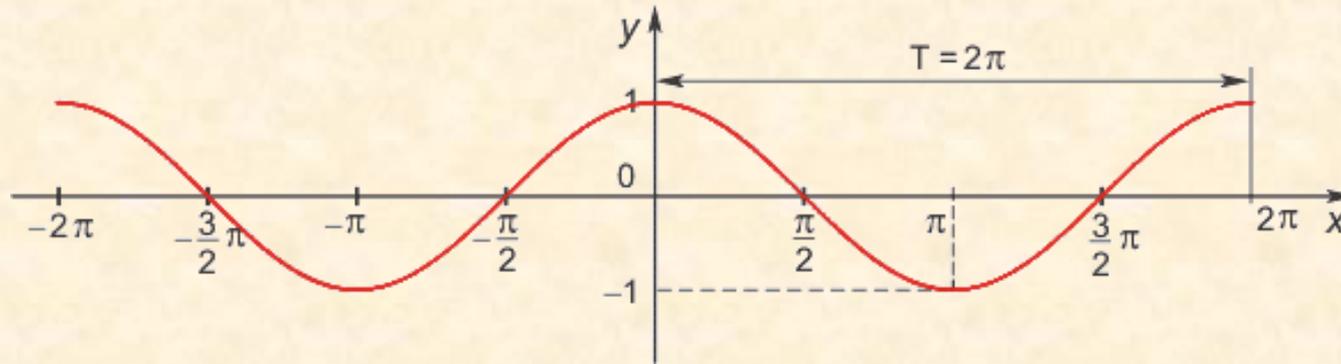
1) Область определения: отрезок  $[-1; 1]$ ;

2) Область значений: отрезок  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

3) Функция  $y = \arcsin x$  нечетная:  
 $\arcsin(-x) = -\arcsin x$ ;

4) Функция  $y = \arcsin x$  монотонно возрастающая;

## Функция $y = \cos x$



**Область определения функции** — множество  $\mathbf{R}$  всех действительных чисел.

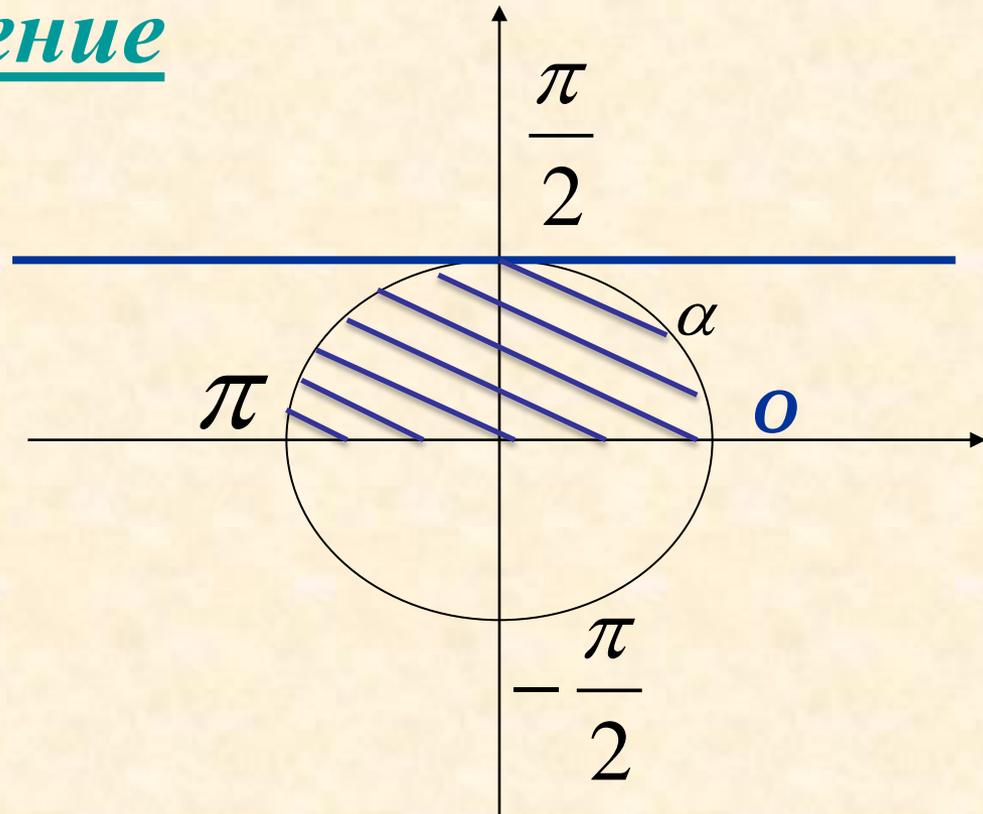
**Множество значений функции** — отрезок  $[-1; 1]$ , т.е. косинус функция — ограниченная.

**Функция четная:**  $\cos(-x) = \cos x$  для всех  $x \in \mathbf{R}$ .

График функции симметричен относительно оси  $OY$ .

**Функция периодическая** с наименьшим положительным периодом  $2\pi$ :

## Определение



$$\underline{\arccos t = a}$$

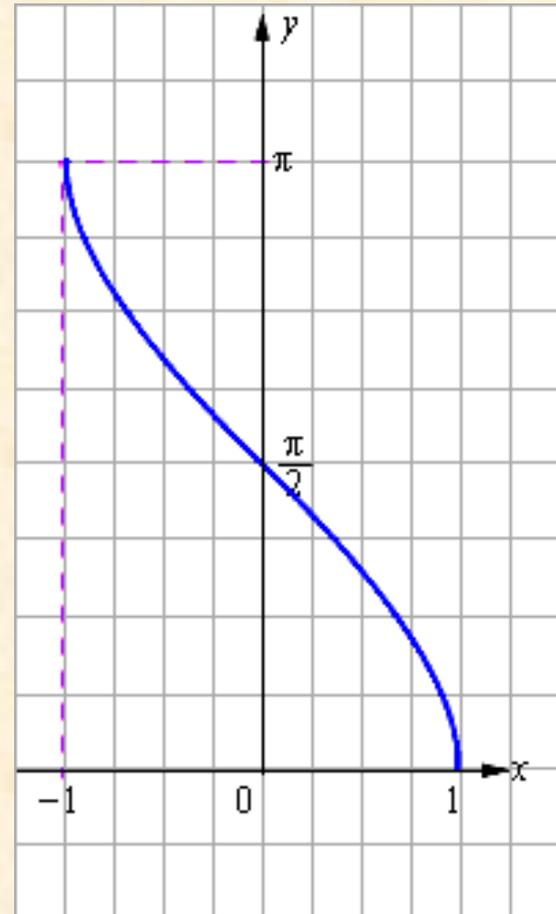
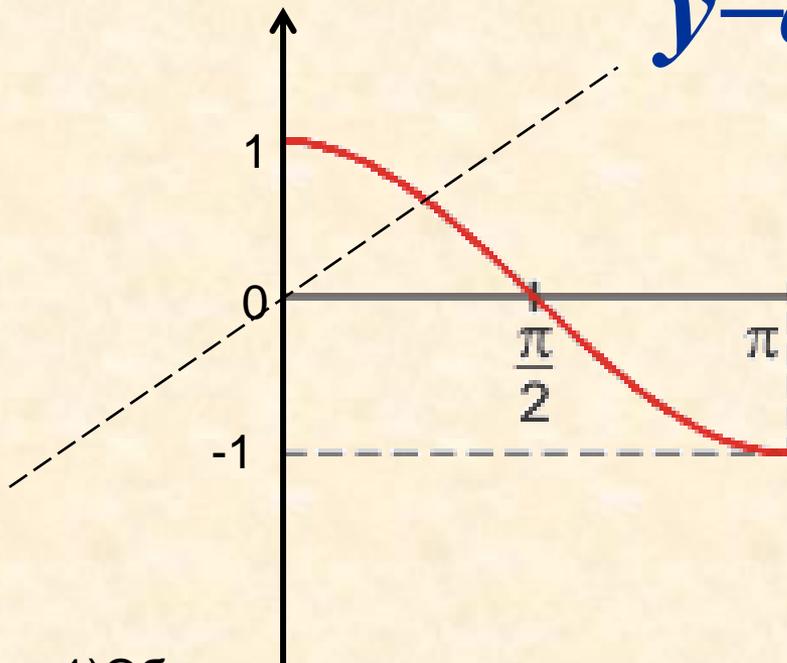
$$1) 0 \leq a \leq \pi$$

$$2) \cos a = t$$

$$3) -1 \leq t \leq 1$$

$$\blacktriangle \arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

$$y = \arccos x$$



1) Область определения: отрезок  $[-1; 1]$ ;

2) Область значений: отрезок  $[0, \pi]$

3) Функция  $y = \arccos x$  четная:  
 $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$

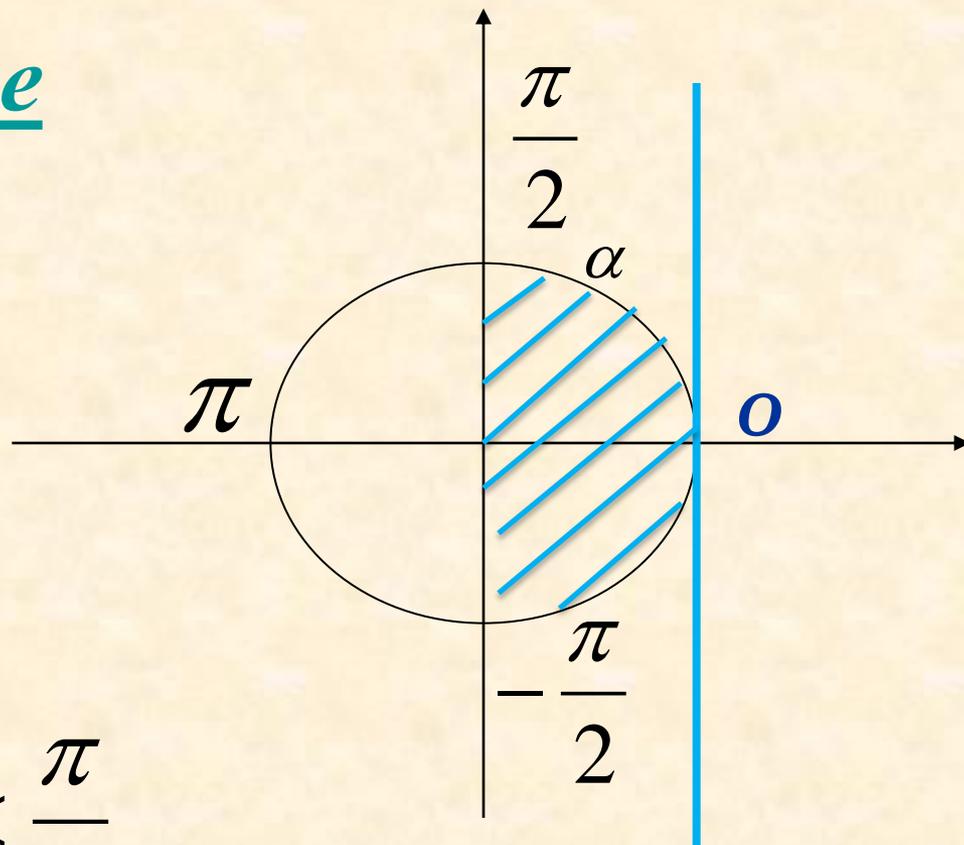
4) Функция  $y = \arccos x$  монотонно убывающая;

# Определение

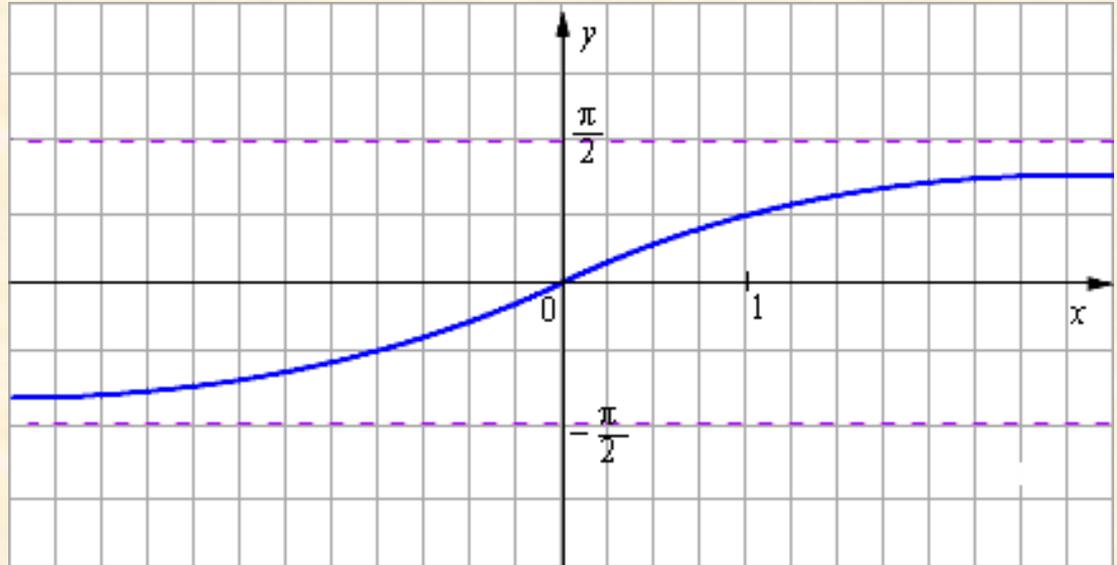
$$\underline{\arctg t = a}$$

$$1) -\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2}$$

$$2) tga = t$$



# $y = \operatorname{arctg} x$



1) Область определения:  $\mathbb{R}$  – множество действительных чисел

2) Область значений:  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

3) Функция  $y = \operatorname{arcsin} x$  нечетная:  $\operatorname{arctg} (-x) = -\operatorname{arctg} x$ ;

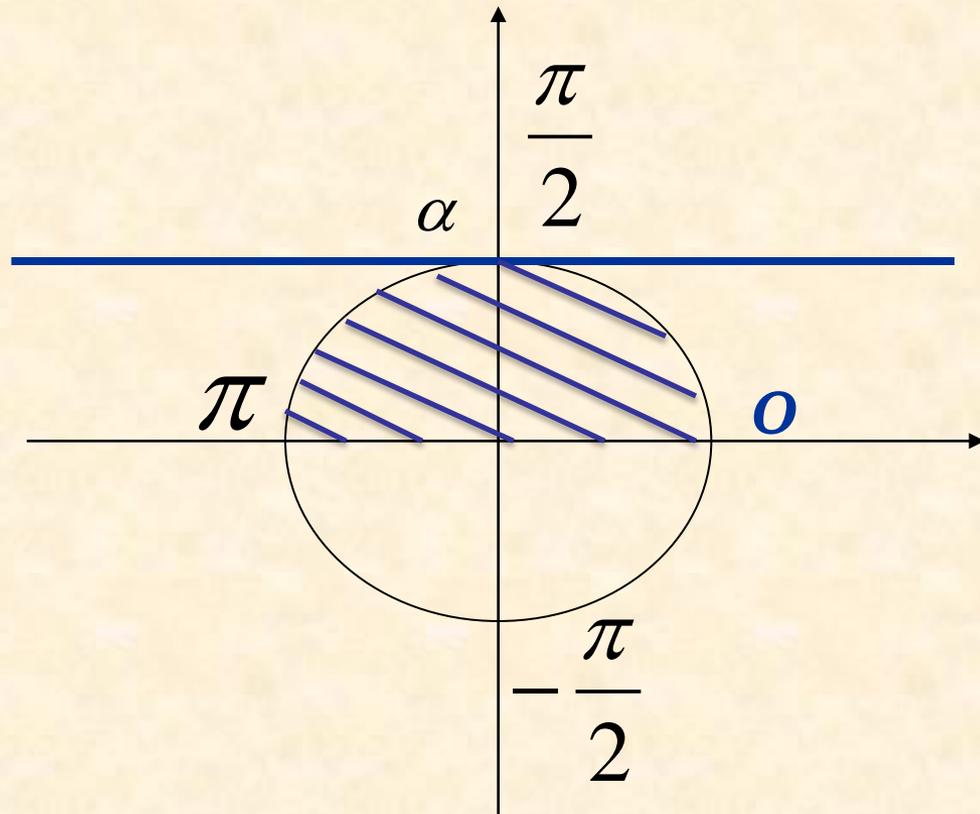
4) Функция  $y = \operatorname{arctg} x$  монотонно возрастающая;

# Определение

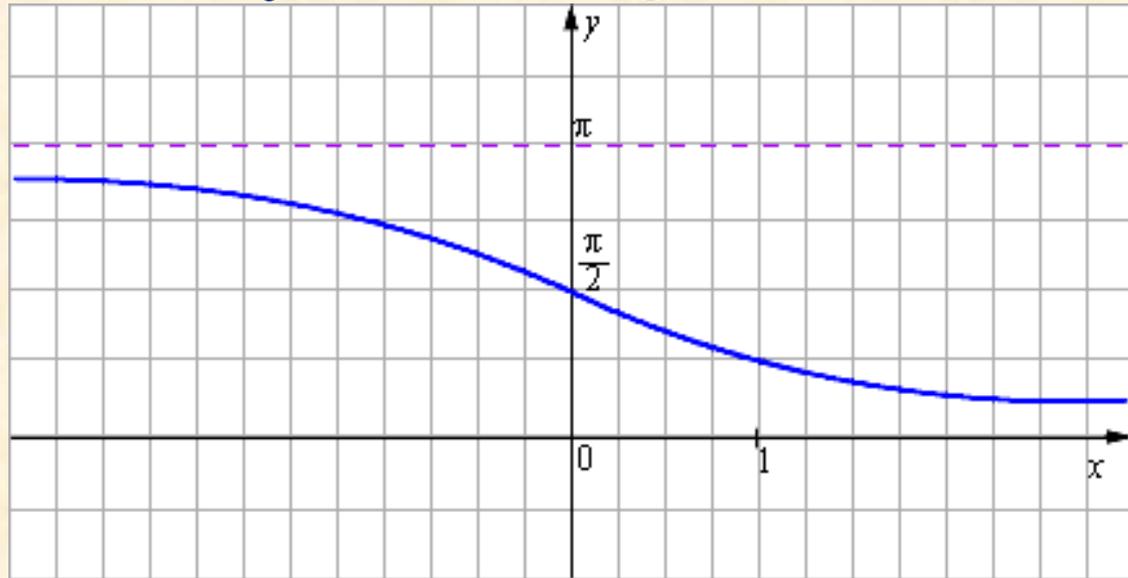
$$\underline{\text{arcctg } t = a}$$

$$1) 0 < a < \pi$$

$$2) \text{ctg} a = t$$



# $y = \operatorname{arccotg} x$



1) Область определения:  $\mathbb{R}$  -

2) Область значений:  $(0, \pi)$

3) Функция  $y = \operatorname{arccotg} x$  ни четная ни нечетная

$$\operatorname{arccotg}(-x) = \pi - \operatorname{arccotg} x$$

4) Функция  $y = \operatorname{arccotg} x$  монотонно убывающая;

## *Свойства аркфункций*

$$\cos(\arccos x) = x,$$

$$\sin(\arcsin x) = x,$$

$$tg(\arctg x) = x$$

$$ctg(\arcctg x) = x$$

$$\arccos(\cos x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\arcsin(\sin x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\arctg(tg x) = x,$$

$$\arcctg(ctg x) = x.$$

- Решите уравнение  $\arcsin x = x + \frac{\pi}{2} - 1$

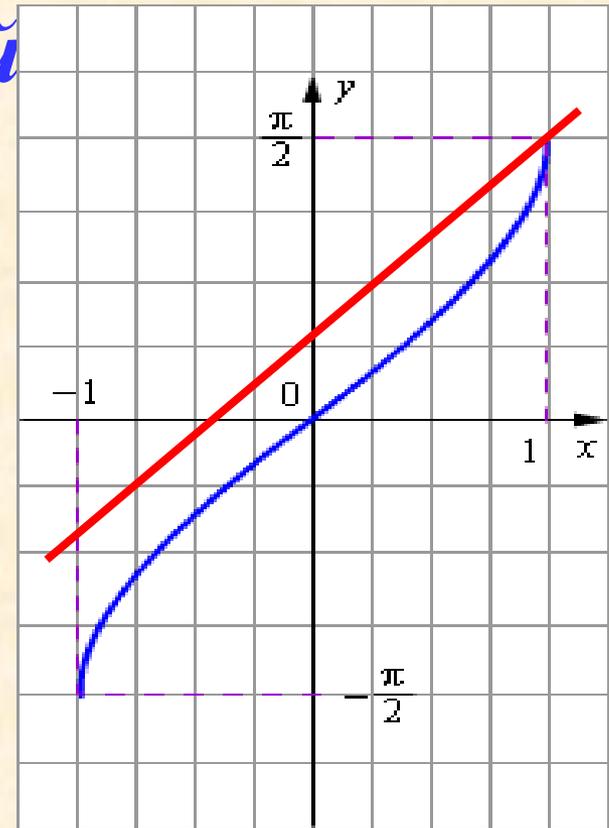
## Графический метод решения уравнений

- 1) Строим график  $y = \arcsin x$
- 2) Строим график  $y = x + \frac{\pi}{2} - 1$   
в той же системе координат.

3) Находим абсциссы точек пересечения графиков (значения берутся приближенно).

4) Записываем ответ.

Ответ. 1.



# Функционально-графический метод решения уравнений

Пример: решите уравнение  $\arccos x = \frac{\pi}{2} + x$

*Решение.*

1)  $y = \arccos x$  убывает на области определения

2)  $g(x) = \frac{\pi}{2} + x$ , возрастает на  $D$ ,

3) Уравнение  $f(x) = g(x)$  имеет не более одного корня.

4) Подбором находим, что  $x = 0$ .

Ответ. 0.